

Soluzione di curve di luce di variabili ad eclisse con un numero limitato di osservazioni disponibili. Applicazione a V688, V689, V690, V691, V694 Cyg.

1) Introduzione

Durante l'analisi della curva di luce di una variabile ad eclisse con lo scopo di ottenere la soluzione orbitale, è comunemente accettato il fatto che sia necessario disporre del maggior numero possibile di osservazioni. Spesso però accade che esista la necessità o l'interesse a risolvere una curva di luce non molto ben coperta. In tal caso, se possibile appare utile conoscere con quale affidabilità la soluzione può essere ottenuta. Per tentare di dare una risposta alla presente questione, in questo lavoro, sono state analizzate cinque variabili ad eclisse di cui è sufficientemente ben osservato il solo minimo primario e le quali possiedono ancora una orbita non conosciuta nemmeno in prima approssimazione. Il metodo di analisi è stato il programma E.V.L.C.S. (liv. 16) il quale, eseguendo una ottimizzazione di parametri, permette di ottenere una soluzione di equilibrio (in caso di stabilità) basata sulle osservazioni disponibili e che consente di stimare i valori dei parametri, qui incogniti, altrimenti ricavabili direttamente dalla curva di luce se essa fosse ben coperta dalle osservazioni.

2) Ottimizzazione

Le cinque curve di luce disponibili, pertinenti rispettivamente a: V688, V689, V690, V691 e V694 Cyg hanno tutte la caratteristica comune di avere ben osservato solo il minimo principale, mentre esistono osservazioni sul resto della curva di luce, ma esse non sono mai state pubblicate per cui sono per ora totalmente inaccessibili. In definitiva ci manca ogni informazione sul minimo secondario, di conseguenza la sua profondità sarà uno dei parametri da richiedere in output al modello matematico usato per l'analisi. Dal punto di vista rigorosamente matematico un numero di osservazioni pari al numero dei parametri liberi potrebbe garantirci una soluzione orbitale consistente, ma essendo ciò vero solo se il noise osservativo fosse completamente assente, nel presente caso è necessario avere un alto numero di osservazioni anche se confinate in una ristretta (ma importante) parte della curva di luce. L'algoritmo usato per la presente analisi è stato il programma E.V.L.C.S. (livello 16) (Gaspani 1984, 1985) aggiornato al gennaio 1986. Tale programma esegue l'ottimizzazione di un massimo di 13 variabili (Gaspani 1985b) sulla base di tecniche PATTERN SEARCH e sequenziali richiedendo di porre fissati in input solo i coeff. di limb darkening delle due stelle. Nel nostro caso l'elaborazione ha richiesto un numero più limitato di parametri liberi, questo al fine di ottenere una soluzione stabile. I parametri liberi sono stati, in tutti i casi analizzati, in numero di sei e precisamente: (in ordine di ottimizzazione):

- m_0 = mag. all'istante di quadratura
- k = rapporto tra i raggi

$$G_1 = r_g^2 \csc^2 i$$

$$G_2 = \text{ctg}^2 i$$

$l_0(\text{oc})$ = profondità dell'eclisse occultazione
 $l_0(\text{tr})$ = profondità dell'eclisse transito

Il criterio di ottimizzazione è stato, come di consueto, la minimizzazione della funzione obiettivo $S(m_0, k, G_1, G_2, l_0(\text{oc}), l_0(\text{tr}))$ così definita:

$$S(\dots) = \sum_{j=1}^{j=N} (l_{\text{obs}} - l_{\text{calc}})_j^2 \quad (1)$$

Come criterio per la consistenza interna della soluzione ottenuta è stato adottato il seguente: se $S(\dots)$ è il valore minimale trovato dall'algoritmo per la funzione obiettivo e $S(L)$ è la somma dei quadrati degli scarti fra la curva teorica costruita sulla base degli elementi orbitali calcolati e le osservazioni originali, il rapporto:

$$\text{CCI} = S(\dots)/S(L) \quad (2)$$

sarà: $\text{CCI}=1$ se l'algoritmo ha trovato i veri valori degli elementi orbitali e devierà da 1 quanto più il punto individuato dal programma si allontanerà dal punto, nell'iperspazio dei parametri, corrispondente al vero vettore soluzione.

Una misura della consistenza esterna invece si può avere considerando la deviazione standard:

$$\sigma = \sqrt{S(L)/(N-6)} \quad (3)$$

la quale dipenderà dalla dispersione delle osservazioni originali, dal loro numero e dal vettore soluzione ottimizzato. L'algoritmo E.V.L.C.S. richiede come approssimazione iniziale:

- a) l'ipotesi da analizzare per prima (transito/occultazione).
- b) il valore della mag. usato per ottenere le luminosità.
- c) i valori iniziali di $l_0(\text{tr})$ e $l_0(\text{oc})$.

Durante l'analisi è sempre stata inizialmente considerata l'ipotesi di occultazione al minimo principale e successivamente quella di transito. La mag. al max e l_0 al minimo primario sono stati stimati dalle osservazioni, mentre l_0 del secondario è sempre stato inizialmente posto uguale a 1. Tutti questi parametri insieme agli altri vengono poi automaticamente corretti dal programma.

26 NOV 1986

3) Stelle Analizzate

Come è stato precedentemente affermato le stelle sono rispettivamente: V688, V689, V690, V691 e V694 Cyg. Le osservazioni sono di tipo fotografico e sono state ottenute e ridotte da W.J. Miller (MILLER 1951). Secondo le indicazioni di Miller sul materiale fotografico impiegato è possibile assumere una lunghezza d'onda di 4250 Å per le osservazioni. Le caratteristiche delle cinque stelle considerate sono date nella tabella I. Il numero di osservazioni disponibili (nel minimo principale) per ognuna di esse è dato nella seguente tabella.

| stella | N° osservazioni |
|-----------|-----------------|
| V 688 Cyg | 92 |
| V 689 Cyg | 129 |
| V 690 Cyg | 72 |
| V 691 Cyg | 95 |
| V 694 Cyg | 63 |

Le cinque curve di luce sono riportate nelle figure 1,2,3,4,5.

4) Risultati ottenuti

L'elaborazione dei dati eseguita per mezzo di un microcomputer COMMODORE C128 ha permesso di ottenere in tutti i cinque casi analizzati una soluzione stabile. La tabella seguente fornisce caso per caso i valori ottimali riscontrati per i parametri liberi unitamente alle loro barre d'errore e al tempo macchina impiegato per ogni singolo RUN del programma.

| | V688 Cyg | V689 Cyg | V690 Cyg | V691 Cyg | V694 Cyg |
|------------|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|
| G_1 | .038 ± .003 | .090 ± .003 | .036 ± .003 | .098 ± .003 | .065 ± .004 |
| G_2 | .002 ± .003 | .018 ± .005 | .000 ± .005 | .000 ± .004 | .000 ± .007 |
| k | .50 ± .05 | .55 ± .01 | .74 ± .05 | .61 ± .02 | .82 ± .04 |
| $l_0(oc)$ | .204 ± .008 | .105 ± .005 | .350 ± .009 | .168 ± .004 | .273 ± .009 |
| $l_0(tr)$ | .948 ± .008 | .968 ± .005 | .806 ± .009 | .936 ± .004 | .813 ± .009 |
| m_0 | 13.78 ± .01 | 13.958 ± .009 | 15.71 ± .01 | 15.500 ± .004 | 14.66 ± .01 |
| (min. 1) | occultazione | occultazione | occultazione | occultazione | occultazione |
| CCI | .9978 | .8333 | .8654 | 1.0255 | .5393 |
| σ | .0085 | .0059 | .0090 | .0037 | .0088 |
| RT(minuti) | 13.04 | 17.48 | 10.64 | 13.40 | 9.56 |

Nota: RT = Running Time.

Gli elementi orbitali fotometrici sono riportati nella tabella II, mentre nelle figure 1-5 sono tracciate le curve di luce sintetiche ricavate dalle cinque soluzioni ottimali. Osservando i valori ottenuti per i parametri liberi si nota che il dato su cui va ad accumularsi maggiormente l'incertezza dovuta alla limitata copertura della curva di luce in input è G_2 il quale, salvo il caso di V689 Cyg, rimane male determinato. Al contrario il parametro G_1 risulta ben determinato e altrettanto si può dire di $l_0(oc)$, $l_0(tr)$ e m_0 . Il rapporto fra i raggi appare anch'esso consistente essendo in genere quello più critico in questo genere di analisi. In definitiva si può affermare che l'algoritmo E.V.L.C.S. fornisce, nella sua più recente versione, dei valori corretti per i raggi frazionari, i rapporti di intensità luminosa e di temperatura, mentre accumula maggior parte dell'incertezza insita nelle osservazioni completamente nel valore dell'inclinazione orbitale. Tale fatto è molto fortunato in pratica in quanto gli elementi più importanti, dal punto di vista della interpretazione morfologica ed evolutiva di ciascun sistema, sono i raggi frazionari uniti al rapporto fra le temperature fotosferiche delle due stelle. Da questo punto di vista va osservato che la presente analisi ha avuto pieno successo anche se le osservazioni erano riservate solo al minimo principale.

5) Discussione

Analizzando quanto ottenuto e riportato nella tabella II è facile supporre che tutti i sistemi analizzati dovrebbero essere di tipo Algol. Volendo operare una stima dei rapporti di massa che essi potrebbero presumibilmente avere si ottiene, sulla base delle tabelle di PLAVEC e KRATOCHVIL quanto riportato nella seguente tabella.

| stella | $q = m_s / m_g$ |
|-----------|-----------------|
| V 688 Cyg | .11 |
| V 689 Cyg | .44 |
| V 690 Cyg | .10 |
| V 691 Cyg | .53 |
| V 694 Cyg | .25 |

Osservando questi valori si nota che V688 Cyg e V690 Cyg è improbabile che esse riempiano completamente il lobo di Roche. In questa sede però i dati non sono sufficientemente completi per permettere di trarre conclusioni sulla struttura delle stelle analizzate.

6) Conclusione

Nel presente lavoro sono state analizzate cinque variabili ad eclisse di cui sono note in maniera sufficientemente precisa solo le osservazioni al minimo principale. L'analisi effettuata usando l'E.V.L.C.S. (liv. 16) ha mostrato che questo algoritmo fornisce ottimi risultati anche quando la parte di curva di luce coperta non è elevata purchè le osservazioni siano situate favorevolmente su di essa.

I risultati ottenuti mostrano che i cinque sistemi analizzati sono con grossa probabilità di tipo Algol. L'analisi di altri sistemi con orbita sconosciuta sarà l'argomento dei prossimi lavori.

A. GASPANI

7) Bibliografia

Gaspani A. : 1984, R.I. Oss. Astr. Brera-Merate n° 10/84.
 " " : 1985a, R.I. Oss. Astr. Brera-Merate n° 2/85.
 " " : 1985b, Rel. XIX Congr. U.A.I. (Rozzano 1985).
 Miller W.J.: 1951, Ric. Astr. 2, 205.
 Plavec M. : 1964, B.A.C. 15, 165.

=====

Stelle analizzate (TAB.: I)

=====

| | | | |
|------------------|------------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| <u>V 688 Cyg</u> | AR = 19 ^h 46 ^m 54 ^s DB = +37°28'.7 | Tipo: EA/SD Sp: A | Max. = 13.8 Min. 1 = 15.5 |
| | Min. 1 = JD0 2432344.170 + 6 ^d .30336 * E ±3 ±1 | | |
| <u>V 689 Cyg</u> | AR = 19 ^h 49 ^m 17 ^s DB = +36°43'.7 | Tipo: EA/SD Sp: A5 V | Max. = 14.0 Min. 1 = 16.5 |
| | Min. 1 = JD0 2432326.744 + 1 ^d .455293 * E ±1 ±1 | | |
| <u>V 690 Cyg</u> | AR = 19 ^h 49 ^m 27 ^s DB = +36°47'.2 | Tipo: EA Sp: ? | Max. = 15.7 Min. 1 = 16.9 |
| | Min. 1 = JD0 2432019.158 + 4 ^d .664981 * E ±2 ±5 | | |
| <u>V 691 Cyg</u> | AR = 19 ^h 55 ^m 34 ^s DB = +39°54'.8 | Tipo: EA/SD Sp: ? | Max. = 15.5 Min. 1 = 18.0 |
| | Min. 1 = JD0 2432840.053 + 2 ^d .558783 * E ±1 ±6 | | |
| <u>V 694 Cyg</u> | AR = 20 ^h 07 ^m 51 ^s DB = +40°19'.2 | Tipo: EA Sp: ? | Max. = 14.7 Min. 1 = 16.1 |
| | Min. 1 = JD0 2432907.855 + 2 ^d .361821 * E ±2 ±8 | | |

Nota: Tutte le coordinate sono riferite al 1950.0

=====

TAB. II : Elementi orbitali fotometrici

=====

| | <u>V688 Cyg</u> | <u>V 689 Cyg</u> | <u>V 690 Cyg</u> | <u>V 691 Cyg</u> | <u>V 694 Cyg</u> |
|--------------------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| r ₁ | .100 ± .004 | .168 ± .004 | .143 ± .007 | .197 ± .004 | .214 ± .007 |
| r ₂ | .199 ± .008 | .302 ± .008 | .193 ± .009 | .318 ± .006 | .258 ± .009 |
| i _i | 86° .6 ± 1° .6 | 81° .6 ± 0° .9 | 88° .7 ± 4° .1 | 86° .6 ± 4° .0 | 89° .7 ± 4° .6 |
| L ₁ | .80 ± .03 | .90 ± .02 | .65 ± .03 | .83 ± .01 | .73 ± .02 |
| L ₂ | .20 ± .03 | .10 ± .02 | .35 ± .03 | .17 ± .01 | .27 ± .02 |
| u ₁ | .64 (ass.) | .64 (ass.) | .50 (ass.) | .50 (ass.) | .50 (ass.) |
| u ₂ | .70 (ass.) | .70 (ass.) | .60 (ass.) | .60 (ass.) | .60 (ass.) |
| J ₂ /J ₁ | .065 ± .010 | .036 ± .003 | .30 ± .06 | .077 ± .006 | .26 ± .03 |
| I ₂ /I ₁ | .066 ± .010 | .037 ± .003 | .31 ± .06 | .081 ± .006 | .27 ± .04 |
| T ₂ /T ₁ | .51 ± .02 | .44 ± .01 | .75 ± .04 | .53 ± .04 | .72 ± .02 |

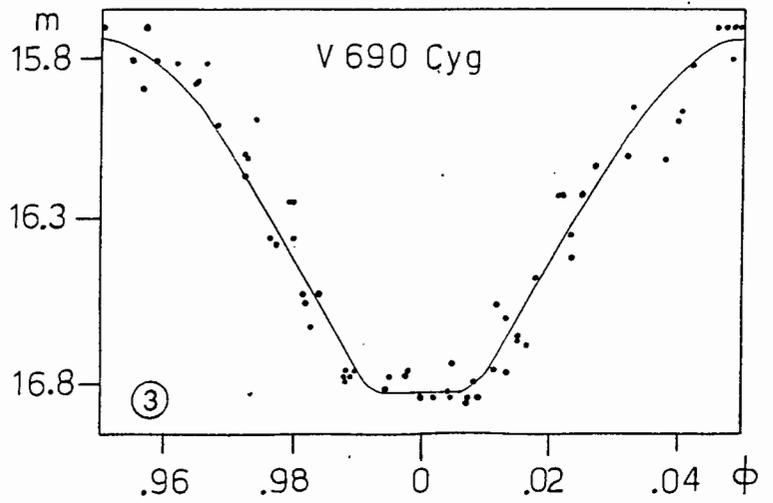
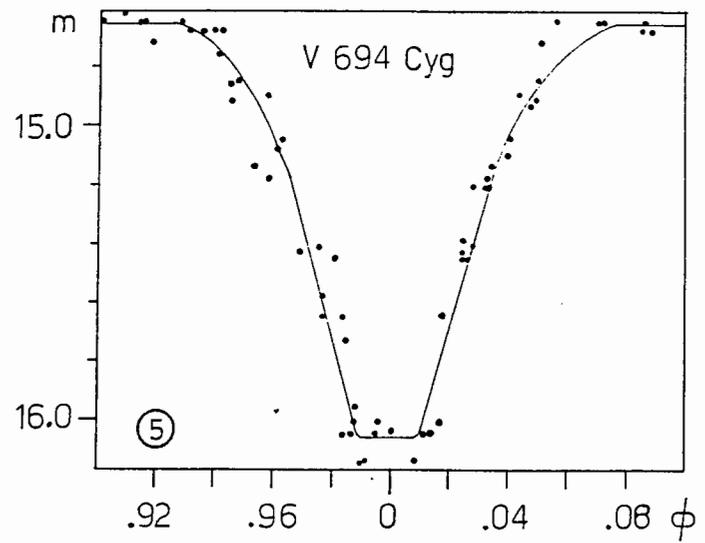
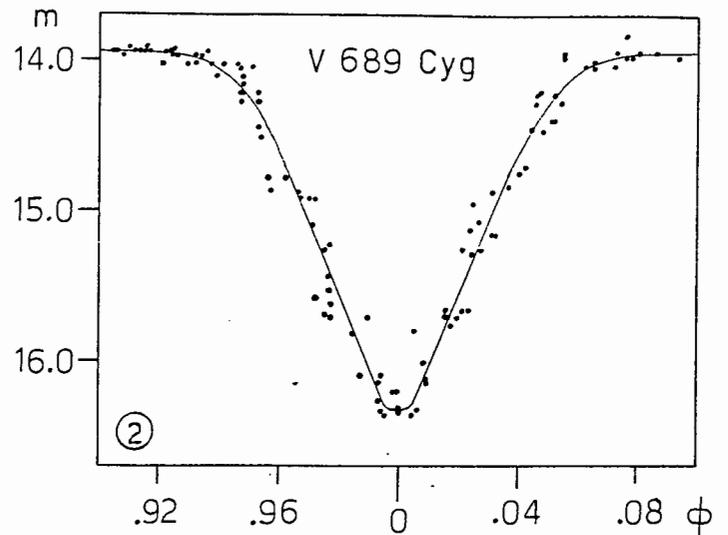
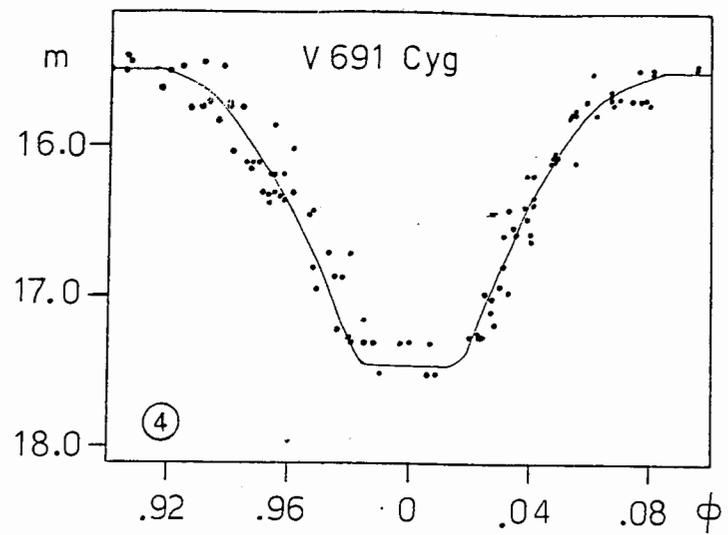
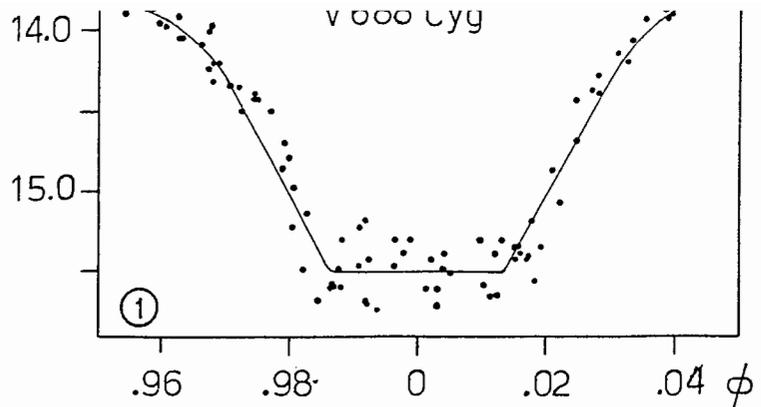


FIG. 1,2,3,4,5 : Curves di luce teoriche plottate tra i dati sperimentali nel caso delle stelle analizzate.